関数の増減と導関数の関係

レッスンについて

- この教材は、IB Mathematics Applications and Interpretations SL / HL および IB Mathematics Approaches and Analysis SL / HL のカリキュラムに沿っています
- これは、IB Mathematics Core Content Topic 5 Calculus に該当します。

  5.2 関数の増加と減少、および関数の一次導関数のグラフィカルな解釈。

  5.6 (AI) 局所的な最大点と最小点。

  5.7 (AA) f, f', f'' の間の関数グラフの振る舞い。

その結果、生徒は次のことを行います。

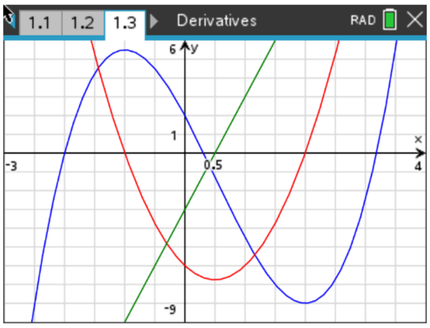
- 1 次導関数と 2 次導関数に基づくグラフに関する情報を実現します。
- 関数の導関数は、関数が増加すると正になり、関数が減少すると負になる学習します。
- グラフが上向きに凹んでいるときは 2 次導関数が正になり、グラフが下向きに凹んでいるときは負になることに注意してください。

語彙

- 微分
- 凹面
- 相対的/局所的な最大値
- 相対的/局所的な最小値

教師の準備とメモ

- 生徒はこのアクティビティを独立して完了することができますが、少人数のグループで作業するときに発生するディスカッションから恩恵を受ける場合があります。
- 生徒は、1 次導関数について、関数が増加または減少している場所に関する情報をどのように提供するか、および 2 次導関数がグラフの凹面に関する情報をどのように提供するかを理解できる必要があります。
- 多くの学生は、関数が増加しているとき、導関数が正であることは理解できますが、それがグラフ上で何を意味するのかを正しく解釈することはできません。これは、グラフが常に x 軸より上にあることを意味することを理解する代わりに、一部の学生は導関数が増加していると考えるかもしれません。
- 生徒に、y = cos(x) などのグラフから始めてもらいます。関数が増加している区間を移動する各点における関数の微分または傾きを調べてもらいます。各点での導関数のグラフがどのように見えるかを生徒に尋ねます。



技術的なヒント:

- このアクティビティには、TI-Nspire CX II ハンドヘルドから取得した画面キャプチャが含まれます。また、TI-Nspire ソフトウェアや TI-Nspire アプリなど、TI-Nspire 製品ファミリでの使用にも適しています。ハンドヘルド以外の技術を使用する場合は、これらの方向を若干変更する必要があります。
- 使用している特定のテクノロジーに関する追加のテクニカルヒントをアクティビティ全体で確認してください。
- http://education.ti.com/calculators/pd/US/Online-Learning/Tutorials で無料のチュートリアルにアクセス

関連資料:

- デリバティブとそのグラフ化 Relationships_Student.pdf
- デリバティブとそのグラフ化 Relationships_Student.doc
- デリバティブとそのグラフ化関係.tns

教師からのアドバイス: これは、ハンドヘルドのラジアンモードとディグリーモードの違いについて、生徒の記憶をリフレッシュする良い機会かもしれません。また、すべての解答が 100 分の 1 に丸められるように設定を変更する方法を示すこともできます。

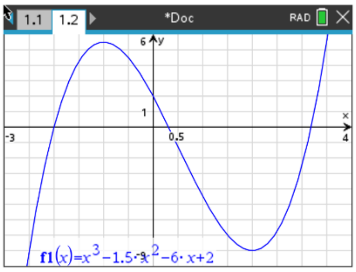
関数の 1 次導関数と 2 次導関数は、関数自体に関する多くの情報を提供できます。このアクティビティでは、関数のグラフとその導関数を調べ、存在する関係を探します。

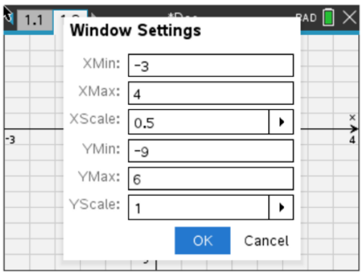
このアクティビティでは、ハンドヘルドが**ラジアンモード**になっていることを確認し、解答を 100 分の 1 に丸めます。

問題点 1 –

1. グラフページに方程式を入力します。表示ウィンドウを図のように設定し、ハンドヘルドでグラフを作成します。$f1(x) = x^3 - 1.5x^2 - 6x + 2$

解答:





2. 相対的な最大値と相対的な最小値である x 値を見つけます。
関数が発生します。メニュー　>　6　グラフ分析を押します。

解答:　　相対最大値は x = -1 で発生し、相対最小値は x = 2 で発生します。

3. 関数が増加する *x* の区間を見つけます。

解答: 関数は(-∞, -1)および(2, ∞)で増加します。

4. 関数が減少する *x* の区間を見つけます。

解答:　　関数は(-1, 2)で減少します。

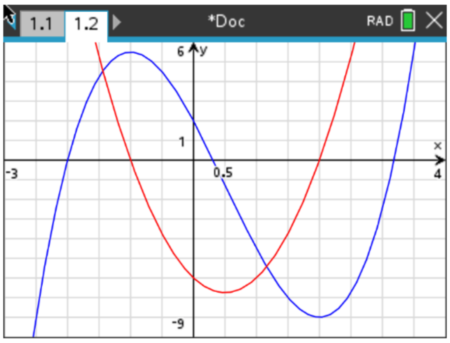
教師からのアドバイス: 生徒が増加または減少の間隔、および凹面または凹面下を記述するときに使用できるさまざまな表記法を確認するために、ディスカッションが必要になる場合があります。このドキュメントでは、番号 4 (-1, 2) に見られるように、-1 < x < 2 と書くこともできます。

5. 関数が増加する区間で導関数が持つべき値の種類を述べます。
説明する。

解答:　導関数は正の値である必要があります。導関数は、ある点における変化率または傾きであり、グラフの増加する部分は正の変化率を持ちます。

6. 関数の導関数をグラフ化します。[Tab]キー　>　[数学テンプレート]キー　>　$\frac{d}{d■}$■を押します。このコマンドのスペースを埋める必要があります。：$\frac{d}{dx}(f1(x))$のようになります。$f1$ を見つけるには、var を押すか、単に $f1(x)$と入力すると検索できます。

解答:



7. 元の関数の極大値または極小値である導関数のx値を見つけます。

解答:　それぞれ極大値または極小値の導関数はゼロになります。

8. 関数が増加する区間で微分が正か負かの状態を調べなさい。

解答:　関数が増加する場合、導関数は正です。

9. 関数が減少する区間で微分が正か負かの状態を調べなさい。

解答:　関数が減少する場合、導関数は負です。

10. 関数の導関数がx軸を正から負に横切ると、グラフに何が起こるかを説明しなさい。

解答:　導関数が x 軸を正から負に横切る場合、関数には極大値があります。

11. 関数の導関数がx軸を負から正に横切ると、グラフに何が起こるかを説明しなさい。

解答:　導関数が x 軸を負から正に横切る場合、関数には極小値があります。

12. 導関数がxのどの区間で増加するか。

解答:　導関数は(0.5, ∞)から増加します。

13. 導関数はxのどの区間で減少するか。

解答:　導関数は(-∞, 0.5)から減少します。

14. 1次導関数が増加している場合は、2次導関数が正か負かを示します。

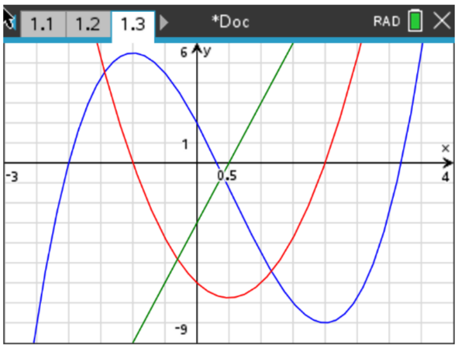
解答: y 'が増加している場合、y ''はy 'の導関数であるため、y ''は正です。

15. 1次導関数が減少している場合は、2次導関数が正か負かを示します。

解答: y 'が減少している場合、y ''は y 'の導関数であるため、y ''は負です。

16. 二次導関数を f3(x) にグラフ化します。 最初の検索に使用したのと同じコマンドを使用します。
導関数の場合、唯一の違いは、f1(x) を使用する代わりに f2(x) を使用することです。
ここで、一次導関数は増加および減少します。 それがあなたの予測と一致するかどうかを述べて
ください。相違点がある場合は説明し、追加の所見があれば述べてください。

解答:



17. 一次導関数のグラフが増加すると、元の関数のグラフは下に凸になります。
グラフ y=f(x) の下に凸の部分をスケッチします。グラフについての特徴を述べます。
ここで、y=f(x) のグラフは下に凸になります。

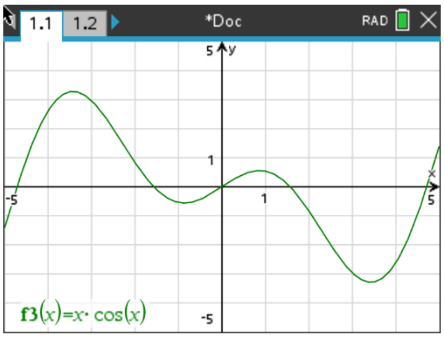
解答: 生徒のスケッチを確認します。2 次導関数は正です。

18. 一次導関数のグラフが減少すると、元の関数のグラフは上に凸になります。
グラフ y=f(x) の上に凸の部分をスケッチします。 グラフについて何が真実かを述べます。
ここで、 y=f(x) のグラフが上に凸になります。

解答: 生徒のスケッチを確認します。2 次導関数は負です。

課題 2 -

19. ハンドヘルドで$\boldsymbol{f1(x) = x \cdot \cos(x)}$の x 、y 共に【-5、5】の間を 1 間隔でグラフ化します



a. 関数が増加する x 値の間隔を記述します。

解答: 相対最大値は x = -1 で発生し、相対最小値は x = 2 で発生します。 関数は、表示ウィンドウ内で (-5, -3.43)、(-0.86, 0.86)、および (3.43, 5) から増加しています。

b. 関数が減少する x 値の区間を記述します。

解答: 関数は(-3.43、-0.86)および(0.86、3.43)から減少しています。

c. 関数が下に凸になっている x 値の区間を述べます。

解答: 関数のグラフは、(-2.29、0)と(2.29、5)から下に凸になります。

d. 関数が上に凸になっている x 値の区間を述べます。

解答: 関数のグラフは、(-5、-2.29)および(0、2.29)から上に凸になります。

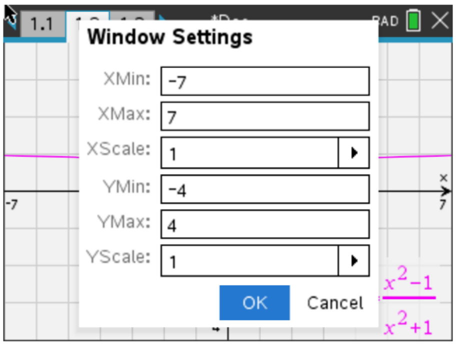
教師からのアドバイス: 問題 3 では、生徒は元の関数ではなく、1 次導関数をグラフ化するため、いくつかの質問に答える必要があるかもしれません。支援を与える前に、彼らに探索と発見をさせてください。

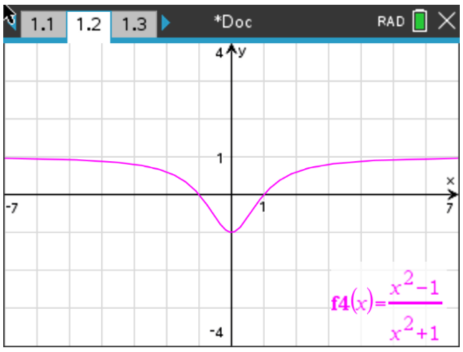
問題 3 –

20. 関数の導関数の方程式しかないとします。f(x) の導関数は次のとおりです。

$$f'(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$$

これをグラフ化してから、ウィンドウをここに示す範囲に変更します。ハンドヘルドをガイドとして使用して、下のグラフ$f1(x)$をスケッチします。





a. 関数 y = f(x) が増加する x 値の区間を示し、説明する。

解答:　導関数が正の場合、元の関数は増加します。これらの間隔は (-∞, -1) と (1、 ∞)。

b. 関数 y = f(x) が減少する x 値の区間を示し、説明する。

解答:　導関数が負の場合、元の関数は減少します。間隔は (-1, 1) です。

c. 関数 y = f(x) が下に凸である x 値の区間を示し、説明する。

解答:　関数のグラフは、一次導関数が増加すると下に凸になります。この間隔は (0, ∞)です。

d. 関数 y = f(x) が上に凸である x 値の区間を記述します。説明する。

解答:　関数のグラフは、一次導関数が減少すると上に凸になります。この間隔は (-∞, 0) です。

チケット・アウト・ザ・ドア -

21. このアクティビテで学習した主要な概念を少なくとも 3 つ要約します。

解答:　解答はさまざまですが、次の内容を含める必要があります。

導関数は、元の関数のグラフが増加しているときは正であり、減少しているときは負です。

関数のグラフは、1 次導関数が増加するか、2 次導関数が正の場合、下に凸になります。

関数のグラフは、1 次導関数が減少するか、2 次導関数が負の場合、上に凸になります。

***注:このアクティビテはテキサス・インスツルメンツが独自に開発し、IB 数学カリキュラムに沿っていますが、IB™が承認しているわけではありません。IB は、国際バカロレア機構が所有する登録商標です。*