不定積分のグラフ

学生の活動

7　8　9　10　**11**　**12**　　TI-Nspire(チワンスパイア)™ 活動　　学生　　50 分

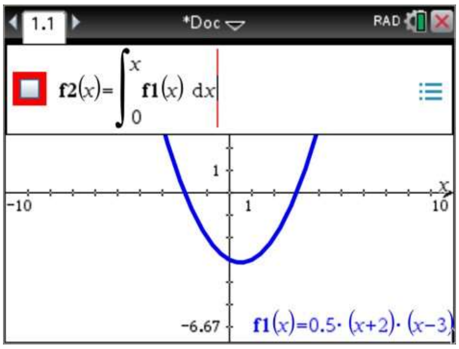
目的

特定の関数の不定積のグラフをプロットし、不定積のグラフと元の関数のグラフを接続します。

教師のメモ:

このアクティビティに付随する TI-Nspire のファイルのタイトルは「Teacher Demonstration File」です。このファイルは、x 軸に沿って移動できる点「P」を提供します。点が移動すると、曲線の微分されていない関数 f(x)が自動的に生成されます。:$f'(x)=0.5(x-1)(x+3)$　ポイントをゆっくりと移動すると、テキストの説明が自動的に表示され、活動が促されます。このファイルは、教師がレッスンの最初にディスカッションを促進し、関数とその反導関数の間の接続を学生に促すために使用することを目的としています。

探求



新しい TI-Nspire ドキュメントを開始し、グラフ・アプリケーションを挿入します。

方程式を入力します: $y=0.5(x-2)(x+3)$

デフォルトでは、この方程式は $f_1(x)$に配置されます。この関数の逆微分は、定積分を使用してグラフ化できます。定積分テンプレートは、テンプレートメニューから入力するか、ショートカットの組み合わせを使用して入力できます: [Shift] + [+]

注: 端子での 0 と x の使用については 、後で説明します。

質問 1: 以下の各関数の逆微分グラフを探索します。

a. $y=0.5(x-2)(x+3)$　　b. $y=x^3-2x^2+x-1$　　c. $y=2cosx^2\left(\frac{x}{2}\right)$

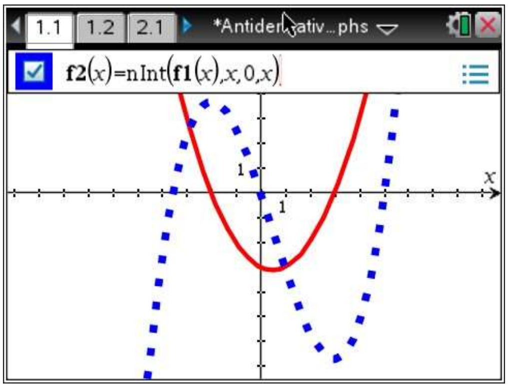
d. $y=\frac{\sin(x)}{x}$　　e. $y=200x\times 2^{-x}$　　f. $y=|x|$

Author: Bozenna Graham

グラフの各ペアについて、元の関数と元の関数が次の場合に不定積分のグラフにコメントを付け、適用可能な領域を描画します。

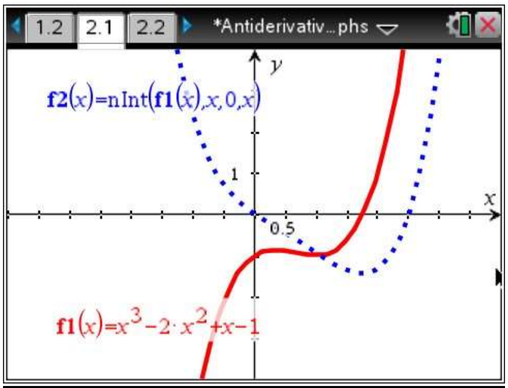
- *x* 軸を負から正に交差させる
- *x* 軸を正から負に交差させます。
- *x* 軸に触れていない頂点がある
- *x* 軸に接する頂点がある
- 変曲点が定常している

微分関数: y =0.5(x- 2)(x +3)	原始関数:
x 軸を負から正に交差させる:	関数に極小値がある
x 軸を正から負に交差させる:	関数に極大値をもつ
x 軸に触れていないターニングポイント:	屈曲点
x 軸に接するターニング ポイント。	該当なし
変曲点が静止しています。	該当なし



手記:
また、学生は「すべてトレース」オプションを使用して、導関数とプリミティブ関数の両方を垂直線で揃えることもできます。線は、ナビゲーションパッドの左/右矢印キーを使用して移動します。

微分関数: *y* = x³- 2x² + x -1	原始関数:
x 軸を負から正に交差させる:	関数に極小値がある
x 軸を正から負に交差させる:	該当なし
x 軸に触れていないターニングポイント:	屈曲点 – これらのうちの 2 つがあります! (注を参照)
x 軸に接するターニング ポイント。	該当なし
変曲点が静止しています。	該当なし



手記:

3 次関数 (微分) の局所的最大値と極小値は、原始関数に 2 つの変曲点を生成します。これらのポイントは、学生が見たり特定したりするのが難しい場合があります。

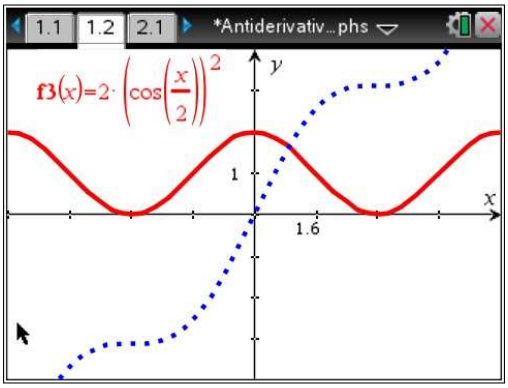
ズームボックスオプションを使用してズームインし、問題の 2 つの点にフォーカスを描画し、微分関数にアタッチされた接線を使用して領域に沿って移動します。0<x<1.4

X<$\frac{1}{3}$ の場合、接線は関数の下にあります。

x =$\frac{1}{3}$ で、接線は曲線と交差します。$\frac{1}{3}$<x<1 に対して、接線は曲線の上にあります。これを正確に表示するには、ズームインする必要があります。

x=1 で接線が曲線と交差します。x=1 の場合、接線は再び曲線の下になります。

微分関数: $y = 2cosx^2\left(\frac{x}{2}\right)$	原始関数:
x 軸を負から正に交差させる:	該当なし
x 軸を正から負に交差させる:	該当なし
x 軸に触れていないターニングポイント:	屈曲点 – 無限に多い! (等間隔)
x 軸に接するターニング ポイント。	変曲点の定常点 – 無限に多い! (等間隔)
変曲点が静止しています。	該当なし



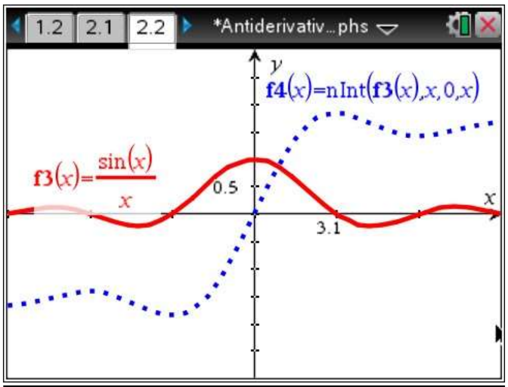
手記:

原始関数は、導関数が負になることは決してないため、増加関数に似ています。厳密に言えば、微分は周期的にゼロに等しいため、増加関数と呼ぶのは正しくありません。

それにもかかわらず、正弦または余弦のいずれかに基づく単純な三角関数の導関数が同様の三角関数を生成するため、原始関数は学生にとって驚くべきことかもしれません。もちろん、関数は適切なものに変更して使用できます。しかし、微積分学の観点からは、勾配関数は常にゼロ以上であることが重要です。

Author: Bozenna Graham

微分関数: $y = \frac{\sin(x)}{x}$	原始関数:
x 軸を負から正に交差させる:	極小値
x 軸を正から負に交差させる:	極大値
x 軸に触れていないターニングポイント:	屈曲点 – 無限に多い! (等間隔)
x 軸に接するターニング ポイント。	該当なし
変曲点が静止しています。	該当なし



手記:

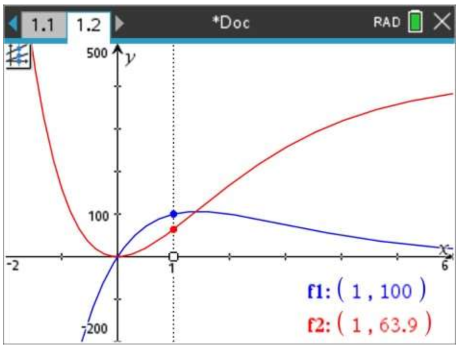
x=±∞のとき、 つまり、勾配関数が 0 に近づくにつれて、原始関数は両方向の水平線に近づく必要があります。
CAS 対応デバイスの場合、この積分に対する解析解がないため、学生はこの調査で説明した数値積分手法を使用する必要があります。

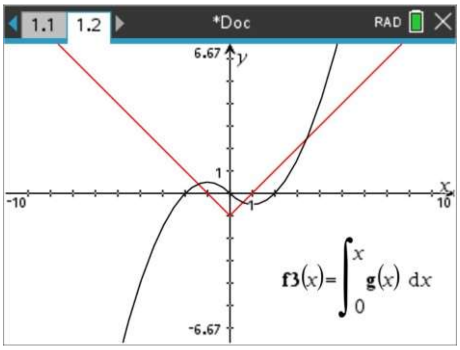
微分関数: $y = 200x \times 2^{-x}$	原始関数:
x 軸を負から正に交差させる:	極小値
x 軸を正から負に交差させる:	該当なし
x 軸に触れていないターニングポイント:	屈曲点
x 軸に接するターニング ポイント。	該当なし
変曲点が静止しています。	該当なし

微分関数: y=｜x｜−1	原始関数:
x 軸を負から正に交差させる:	極小値
x 軸を正から負に交差させる:	極大値
x 軸に触れていないターニングポイント:	屈曲点
x 軸に接するターニング ポイント。	該当なし
変曲点が静止しています。	該当なし

Author: Bozenna Graham

逆微分のグラフ





手記：学生は、原始関数が立方体であると信じているかもしれませんが、2 つの別々の枝は放物線の一部であり、原点を中心に回転対称です。

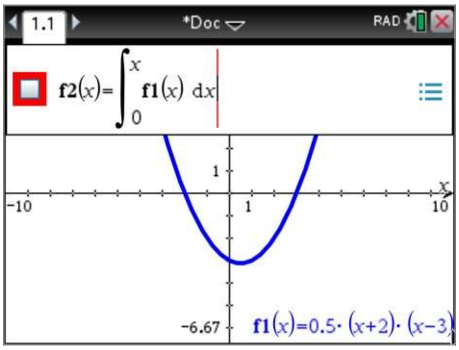
電卓先端

- 方程式 $f_1(x)$ が更新され逆微分は自動的に更新されます。
- ズームボックスまたはズームイン/ズームアウトを使用して、グラフの特定の領域に焦点を合わせることができます。
- グラフのラベルは、グラフ設定メニューから自動的に非表示にすることができます。

延長

これまでのところ、端末の目的はほとんど無視されています。$f_3(x)$ のグラフを次のように定義します。

$$\int_{1}^{x} f_1(t)\,dt$$



$f_4(x)$のグラフを次のように定義します。

$$\int_{-1}^{x} f_1(t)\,dt$$

質問 2:

端末が不定積分グラフのグラフをどのように変更するかについてコメントします。

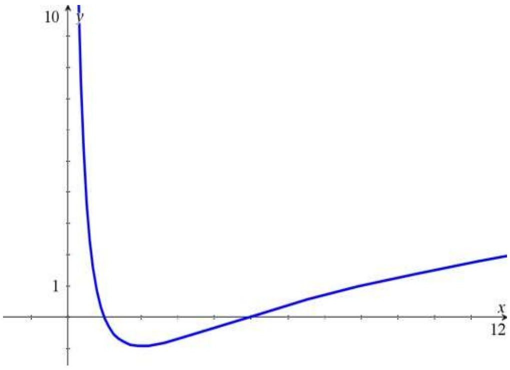
定数端子を変更すると、積分定数を変更する効果があるため y 軸に平行なグラフが適用されます。

関数が変化する速度(微分)がわかっている場合もありますが、さまざまな領域について、対応する不定積分を決定できません。次の 2 つのグラフでは、不定積関数を描画しますが、各曲線のさまざまな適用可能なセクションに対してメモをクロスチェックすることを忘れないで下さい。

Author: Bozenna Graham

質問 3:

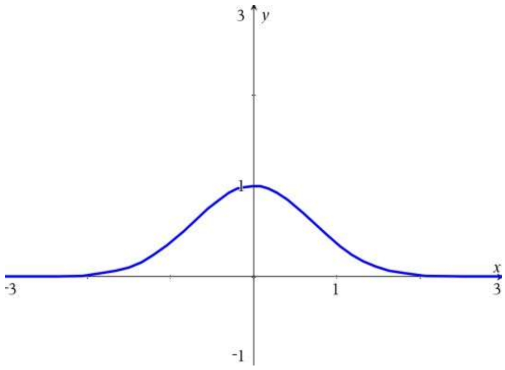
a)



筆記

関数の方程式を知らない学生は、原始関数のグラフを描くためには、事前に学習した内容を活用する必要があります。

b)



筆記

この「釣鐘型」曲線は通常の分布曲線によく似ています。この関数は積分を決定し分析手段がありません。ただし学生は、調査の最初の部分で確立された重要なポイントを使用して、結果の近似関数を決定する必要があります。

Author: Bozenna Graham